

CHAPTER 25

REFRACTION DE LA HOULE AVEC DIFFRACTION MODEREE

FRANCIS BIESEL

DIRECTEUR, OMNIUM TECHNIQUE OTH

DIVISION HYDRAULIQUE

FRANCE

RÉSUMÉ

La méthode "géométrique" de construction des épures de houle n'est qu'une approximation qui cesse d'être applicable, par exemple, lorsque deux orthogonales se croisent. En effet, la règle de calcul de l'amplitude donnerait alors une valeur infinie au point de croisement, ce qui n'a évidemment pas de sens physique.

Pour traiter de tels cas, d'ailleurs fréquents, il est indispensable d'utiliser une approximation meilleure, et pour cela de revenir aux équations fondamentales. Ceci est typique des problèmes où les effets de diffraction cessent d'être négligeables, cependant ceux-ci n'ont pas l'importance qu'ils prennent en présence de discontinuités brutales (contournement de l'extrémité d'une jetée, par exemple). Nous disons donc qu'il y a diffraction modérée.

Ce que nous présentons ici est une méthode de construction d'épures de propagation de la houle qui peut tenir compte de ce type de diffraction. Cette méthode a l'avantage d'être une construction front d'onde par front d'onde, comme pour l'approximation géométrique, mais les orthogonales ne peuvent plus être calculées indépendamment les unes des autres. Au total, le calcul est plus long, mais il reste cependant beaucoup moins lourd que les calculs de diffraction tenant compte également des variations de profondeur.

Pour le calcul de la propagation de la houle par profondeurs variables, les épures de réfraction classiques sont un outil pratique et relativement peu coûteux. Elles reposent essentiellement sur les hypothèses suivantes :

A. La longueur d'onde de la houle est donnée en chaque point, en fonction de la profondeur, par les formules valables en profondeur constante.

B. L'énergie transmise par la houle ne traverse pas les orthogonales aux fronts d'onde.

C. L'énergie transmise est donnée en chaque point, en fonction de la profondeur et de l'amplitude, par les formules valables en profondeur constante.

On sait que ces hypothèses sont grossièrement fausses lorsque les phénomènes de diffraction jouent un rôle important. L'exemple le plus simple, illustré par la figure 1 est celui d'une houle cylindrique, en profondeur constante abordant une jetée verticale semi indéfinie. Seules les orthogonales sont représentées sur cette figure, on voit que l'application brutale des hypothèses ci-dessus amènerait à conclure que l'orthogonale figurée en pointillé est une ligne de discontinuité séparant une zone, à gauche, où la houle serait celle du large, d'une zone, à droite, où l'agitation serait nulle.

Dans ce cas l'échec provient évidemment de la discontinuité brutale introduite par l'extrémité A de la jetée, la diffraction est alors un phénomène essentiel et nous dirons que c'est un cas type de diffraction forte. Dans un tel cas il est nécessaire de recourir à des méthodes de calcul complètement différentes, également schématisées sur la figure 1, et consistant essentiellement à reconstituer l'agitation en un point P par la somme d'ondes élémentaires émises par des sources S réparties sur la "passe" prolongeant la jetée.

Le calcul résultant est sensiblement plus lourd, et se complique considérablement, si la profondeur est variable, car l'influence de chaque source sur chaque point P pose alors de multiples problèmes de calcul de réfraction.

Chacun de ces problèmes, et d'une façon générale n'importe quelle épure de réfraction, peut se heurter à une autre difficulté très commune. Il s'agit du croisement éventuel d'orthogonales voisines construites suivant les règles de "l'optique géométrique". La figure 2 illustre ce cas dans un exemple très simple où la réfraction est causée par un haut fond, ou dôme sous-marin, dont le contour est figuré en traits interrompus. Là encore seules les orthogonales sont représentées et trois d'entre elles se croisent au point A. D'après les hypothèses B et C ci-dessus l'amplitude devrait être infinie en ce point. On sait que cette conclusion est fautive et que le champ de houle reste partout fini et continu. En fait le comportement

de la houle au voisinage du point A pourrait être calculé par les méthodes de sommation décrites plus haut pour la diffraction. Cependant il semble raisonnable d'espérer que ces méthodes coûteuses ne soient pas indispensables dans un problème dont les conditions aux limites sont elles mêmes très régulières et ne contiennent aucune discontinuité. En fait les phénomènes de diffraction (que l'on peut définir comme tout ce qui s'écarte de l'"optique géométrique") n'ont plus le caractère dominant qu'ils avaient dans l'exemple précédent, on peut donc penser qu'il suffit de n'en introduire que l'essentiel à titre de correction de l'épure classique.

Ce qui est essentiel peut d'ailleurs se juger à deux points de vue :

- tout d'abord, ce qui permet de lever l'impasse où se trouvent les épures classiques, c'est-à-dire éviter ou résoudre le problème des croisements d'orthogonales, tout en conservant, au moins en partie, l'avantage de rapidité de ces épures et la possibilité de construire tout un champ de houle à l'avancement crête après crête (la construction par orthogonales isolées n'étant plus possible).
- ensuite, bien sûr, ce qui permet de faire une correction aussi parfaite que possible. Nous allons discuter de ce point en détail.

Il importe de souligner tout d'abord qu'une correction parfaite est théoriquement impossible car on ne peut pas construire numériquement la solution d'un problème d'onde (équation elliptique) en partant d'une seule condition aux limites (front de départ). Ce genre de construction ne réussit dans les épures classiques que parce qu'elles simplifient excessivement le problème. La question sera donc de savoir si l'on peut concilier l'introduction des corrections essentielles, au moins jusqu'à un certain ordre d'approximation, avec la stabilité des calculs "à l'avancement".

Il n'a pas été fait d'analyse théorique complète de cette question fondamentale, mais des résultats obtenus antérieurement ont permis d'orienter le choix des termes à conserver.

Dans une communication antérieure (F. BIESSEL - Coastal Engineering 1964) des corrections du type défini ici ont été calculées à partir d'équations hydrodynamiques approchées de la houle en profondeur variable. Ces équations ont montré que les hypothèses B et C des épures classiques pouvaient être conservées, à l'approximation atteinte, à condition de perfectionner l'hypothèse A, c'est-à-dire d'introduire une correction uniquement sur le calcul de la longueur d'onde locale.

Parmi les différents termes correctifs ceux liés aux variations d'amplitude le long des crêtes étaient de beaucoup les plus prépondérants. Au contraire les corrections liées à la pente du fond semblaient toujours devoir être d'un ordre de grandeur négligeable.

Nous reviendrons sur la première remarque; en ce qui concerne la seconde elle permet intuitivement de penser que l'on fera des erreurs négligeables en admettant que la houle en profondeur variable satisfait à une équation du type :

$$\Delta \Psi + m_0^2 \Psi = 0 \quad (1)$$

où m_0 , fonction de x et y , a la valeur classique pour une profondeur constante ayant la valeur de la profondeur locale h .

En d'autres termes, on a :

$$k^2 = m_0^2 g \text{ th } m h \quad (2)$$

où $k = 2 \pi / T$

T étant la période de la houle.

Ψ , dans l'équation (1), est une quantité complexe liée à la dénivellation a (par exemple) par une relation du type :

$$a = R [A(h) \Psi e^{-i k t}] \quad (3)$$

Le symbole R signifiant "partie réelle de"

$A(h)$ étant une fonction appropriée de la profondeur que nous définirons plus loin.

Il est toujours possible d'écrire :

$$\Psi = r e^{i f} \quad (4)$$

r étant le module de Ψ (réel positif) et f étant son argument à $2 K \pi$ près (réel).

En séparant les parties réelles et imaginaires facteur de $e^{i f}$, l'équation (1) se transforme en deux relations équivalentes :

$$(\text{grad } f)^2 = m^2 = m_0^2 + \frac{\Delta r}{r} \quad (5)$$

$$\text{div} (r^2 \text{ grad } f) = 0 \quad (6)$$

Si l'on donne à $A(h)$ la valeur :

$$A(h) = 2 m_0 / \left[e g k \left(1 + \frac{2m \cdot h}{\text{sh} 2m \cdot h} \right) \right]^{1/2} \quad (7)$$

$r^2 \text{ grad } f$ se ramène à la valeur classique ($m = m_0$) du vecteur flux d'énergie.

(6) exprime donc simplement la conservation de l'énergie transportée par la houle. Cette équation permet également d'écrire :

$$r^2 \frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial w}{\partial y}, \quad r^2 \frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial w}{\partial x} \quad (8)$$

w étant un scalaire défini a une constante près.

Il est clair d'après ces relations que f et w définissent un système de coordonnées orthogonales. Les lignes $f = \text{constante}$ sont des lignes d'égale phase de la houle, c'est-à-dire des fronts d'onde successifs. Leur écartement est régi par la formule (5) qui introduit une correction du nombre d'onde m ($2\pi/L$) par rapport à la valeur classique m_0 . Les lignes $w = \text{cte}$ sont des orthogonales aux fronts d'onde et sont les trajectoires de l'énergie, le flux de celle-ci entre les lignes w_1 et w_2 étant $|w_1 - w_2|$. Ce système de fronts d'onde et d'orthogonales satisfait donc bien aux hypothèses B et C la condition (5) remplaçant l'hypothèse A.

L'équation (5) peut s'exprimer dans le nouveau système de coordonnées par des transformations classiques, elle devient :

$$m^2 = m_0^2 + m^2 r \left[\frac{\partial^2}{\partial w^2} \left(\frac{r^3}{3} \right) - \frac{\partial^2}{\partial f^2} \left(\frac{1}{r} \right) \right] \quad (9)$$

On peut réaliser plusieurs algorithmes de calculs en différences finies qui construisent successivement des fronts d'onde $f = n \Delta f$ par la méthode géométrique classique mais en utilisant m au lieu de m_0 , c'est à dire :

$$L = \frac{2\pi}{m} \text{ au lieu de } L_0 = \frac{2\pi}{m_0}$$

Des itérations successives pourront être nécessaires, en particulier pour la dérivée seconde en f qui nécessite la connaissance de r en avant du front d'onde pour calculer une dérivée seconde centrée.

Notons également que la valeur de r sera donnée par (8) sous la forme :

$$r^4 (\text{grad } f)^2 = (\text{grad } w)^2$$

soit

$$r = \sqrt{\frac{|\text{grad } w|}{m}}$$

$|\text{grad } w|$ se déduit immédiatement de la construction géométrique des fronts d'onde (l'écartement de deux orthogonales voisines est $\Delta w / |\text{grad } w|$).

Ainsi que nous l'avons souligné plus haut, l'intégration rigoureuse, front d'onde par front d'onde, ne pourrait que diverger. Nous n'avons pas pu établir une règle théorique précise permettant de savoir exactement quels étaient les sacrifices indispensables à l'obtention de la stabilité.

Nous n'avons cependant pas procédé entièrement au hasard dans la recherche des simplifications indispensables. Finalement, nous avons été amenés à supprimer le terme

$\partial^2/\partial f^2(1/r)$ de l'équation (8) pour les raisons suivantes :

- Une analyse de cas simples montre que ce terme est responsable d'une instabilité pour les intégrations le long de la variable f . C'est d'ailleurs souvent le cas des termes d'ordre le plus élevé dans les équations différentielles de ce type.
- Notre première ambition est de traiter des cas de diffraction "modérée", c'est-à-dire des cas ne s'écartant pas trop des conditions de validité des épures classiques. On pourrait donc accepter d'être moins bons pour les cas de convergence très brutale que pour les cas (fréquents en pratique) où les orthogonales voisines se coupent sous un angle très aigu. Or dans de tel cas, les dérivées en f sont petites même au voisinage du point de croisement, car si r tend à croître rapidement avec f , par contre les valeurs de $1/r$ et leurs dérivées restent faibles. Au contraire, même dans ces conditions quasi classiques, les dérivées en w peuvent prendre des valeurs élevées.
- Notre étude antérieure, déjà citée, plus rigoureuse sous l'angle hydrodynamique, avait montré que les dérivées le long de la crête semblaient donner la seule correction d'importance pratique pour la longueur d'onde.

Le programme de calcul que nous avons finalement établi n'a encore qu'un caractère provisoire et expérimental, il n'utilise que les schémas de différences finies les plus élémentaires et, outre la simplification majeure que nous venons de décrire, il néglige des termes du second ordre par rapport à $|m - mo|$.

L'intérêt de ce calcul est qu'il montre qu'il y a presque sûrement une voie ouverte entre les calculs de réfractons classiques, parfois trop simplistes, et les calculs rigoureux, impossibles à mener front d'onde par front d'onde. En particulier, le problème des croisements d'orthogonales semble disparaître. Lorsque la topographie du fond provoque le rapprochement de deux d'entre elles, elles paraissent se repousser et s'écarter à nouveau. Ces changements de direction se font avec une courbure notable et il a été nécessaire de resserrer le pas, c'est-à-dire de diminuer Δf , lorsque le calcul passait par ces cas. Ces variations de Δf , sont réalisées automatiquement par le programme.

Les diagrammes résultants sont très différents des épures classiques, en particulier les orthogonales peuvent être très sinueuses même en profondeur constante. Il a donc semblé utile, ne serait-ce que pour augmenter la crédibilité des résultats, de montrer un exemple de calcul rigoureux de ces trajectoires de l'énergie pour un cas simple. C'est celui de la figure 3, où seules les orthogonales sont représentées, et qui montre la superposition de deux houles de même fréquence, en profondeur constante, l'une se propageant dans le sens des x et l'autre, d'amplitude $\sqrt{2}$ fois plus faible, se propageant dans le sens des y .

La pente générale des orthogonales est $1/2$, ce qui correspond bien à la direction résultante du transfert d'énergie, mais elles s'éloignent et se rapprochent constamment les unes des autres, les zones de rapprochement, telles que V, étant des ventres d'agitation verticale et les zones d'écartement, telles que N, étant des noeuds.

La figure 4 montre un résultat de calcul tracé directement sur table Benson-Lehner, pour un cas analogue à celui figuré schématiquement par la figure 2. On voit qu'à la zone B de cette figure, où des ondes d'origine différentes se croisent, correspond sur la figure 4 une zone d'interférence analogue à celle de la figure 3. C'est un des avantages notables de ce type de calcul, de pouvoir suivre en un seul passage des propagations qui nécessiteraient plusieurs épures classiques superposées.

La figure 5 représente le calcul du contournement d'un ouvrage à talus. Il est vraisemblable que les résultats ainsi obtenus seront plus proches de la réalité que des calculs de diffraction négligeant l'influence du talus.

En conclusion, nous tenons surtout à préciser que le travail présenté ici n'a qu'un caractère exploratoire. De grandes améliorations restent possibles au niveau des algorithmes à mettre en oeuvre, d'autre part, des comparaisons avec l'expérience, ou avec des théories plus complètes, devront être faites pour justifier les approximations et définir les limites d'applicabilité de ce genre de calcul.

Il faut souligner également que l'intérêt de ces épures ne se limite pas au cas de la diffraction modérée mais est aussi de permettre le calcul du champ créé, en profondeur variable, par des sources élémentaires du type utilisé pour les calculs de diffraction-réfraction. Ainsi les coefficients d'influence de ces sources pourront être calculés sans ambiguïté, comme dans le cas de la profondeur constante, et la validité des modèles mathématiques portuaires en profondeur variable, et compte tenu du talus des ouvrages, pourra reposer sur des bases plus solides.

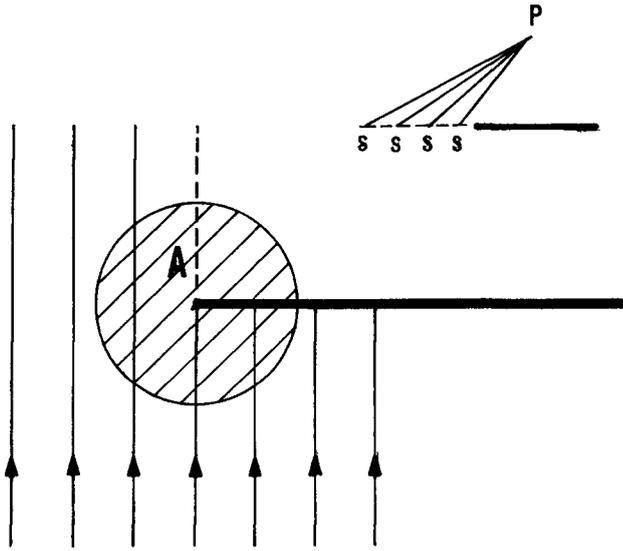


Figure 1

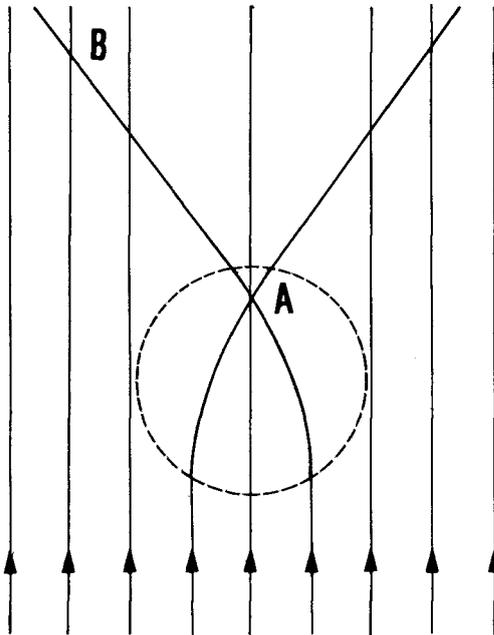


Figure 2

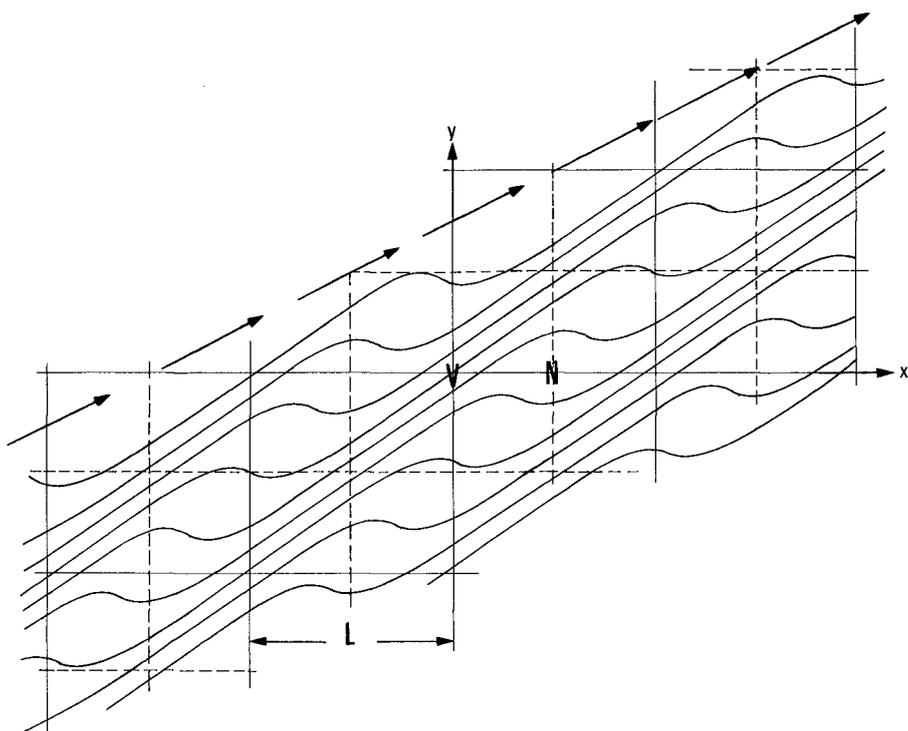


Figure 3

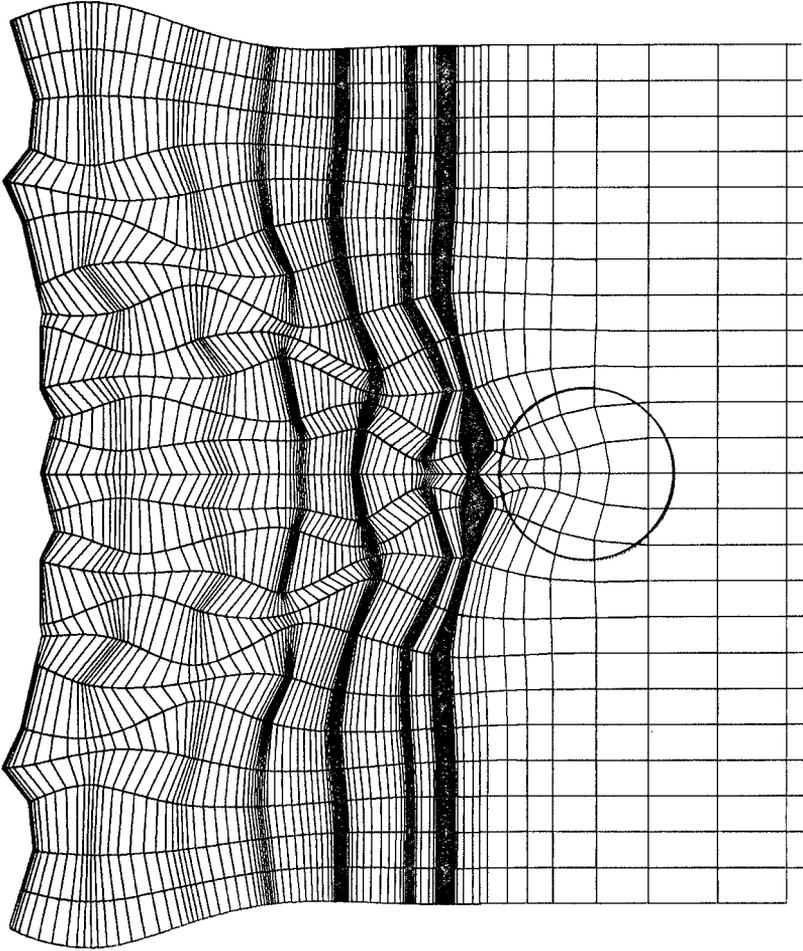


Figure 4

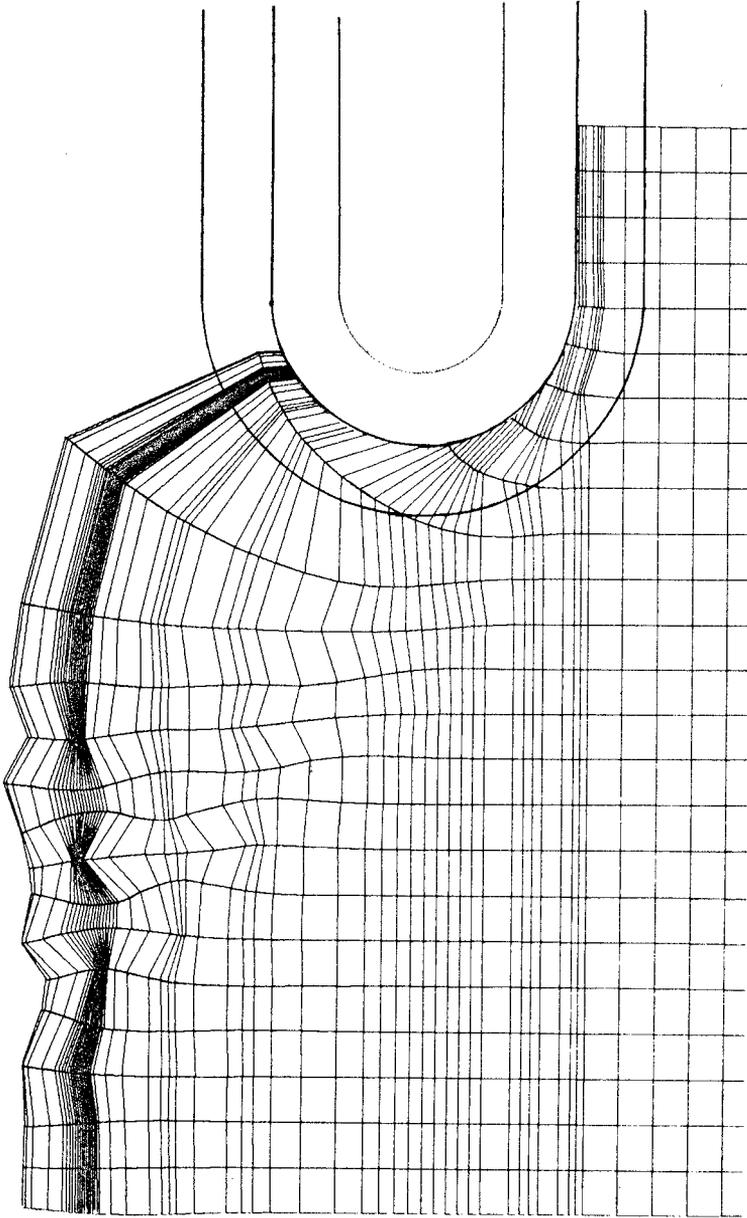


Figure 5

